

Nicolae Sanda

Adela Cotul

Valer Pop

# **Matematică**

**- exerciții și probleme -**

**pentru clasa a VI-a**

# CUPRINS

Teste inițiale .....	7
----------------------	---

## ALGEBRĂ

### Capitolul I. Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale

1. Mulțimi: descriere, notații, reprezentări. Mulțimi numerice/nenumerice. Relația dintre un element și o mulțime .....	11
2. Relații între mulțimi .....	16
3. Mulțimi finite. Cardinalul unei mulțimi finite. Mulțimi infinite. Mulțimea numerelor naturale .....	23
4. Operații cu mulțimi .....	25
Teste de evaluare .....	33
5. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime .....	34
6. Cel mai mare divizor comun (c.m.m.d.c). Numere prime între ele.....	38
7. Cel mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c).....	42
8. Proprietăți ale relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$ .....	45
Teste de evaluare .....	46

### Capitolul II. Rapoarte și proporții

1. Rapoarte.....	48
2. Proporții. Proprietatea fundamentală a proporțiilor. Aflarea unui termen necunoscut dintr-o proporție.....	52
3. Proporții derivate.....	54
4. Sir de rapoarte egale.....	57
5. Mărimi proporționale. Regula de trei simplă .....	58
6. *Regula de trei compusă (Extindere) .....	67
7. Elemente de organizare a datelor .....	68
8. Probabilități .....	72
9. Probleme cu caracter practic .....	73
Teste de evaluare .....	75

## **Capitolul III. Numere întregi**

1.	Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg. Reprezentarea pe axă a numerelor întregi.....	77
2.	Modulul sau valoarea absolută a unui număr întreg. Compararea și ordonarea numerelor întregi .....	80
3.	*Reprezentarea unui punct având coordonate numere întregi, într-un sistem de axe perpendiculare (Extindere).....	83
4.	Adunarea numerelor întregi. Proprietăți.....	86
5.	Sumă algebrică .....	88
6.	Scăderea numerelor întregi.....	90
7.	Înmulțirea numerelor întregi .....	93
8.	Împărțirea numerelor întregi .....	97
9.	Puterea cu exponent număr natural a unui număr întreg nenul.....	100
10.	Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor .....	102
11.	Ecuații în mulțimea numerelor întregi.....	104
12.	Inecuații în mulțimea numerelor întregi.....	106
13.	Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și al inecuațiilor .....	108
	Teste de evaluare .....	109
	Fișă recapitulativă .....	110

## **Capitolul IV. Mulțimea numerelor raționale**

1.	Număr rațional. Mulțimea numerelor raționale .....	113
2.	Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor. Opusul și modulul unui număr rațional. Compararea și ordonarea numerelor raționale.....	118
3.	Adunarea numerelor raționale. Proprietăți .....	123
4.	Scăderea numerelor raționale .....	128
5.	Înmulțirea numerelor raționale .....	131
6.	Împărțirea numerelor raționale .....	135
7.	Puterea cu exponent întreg a unui număr rațional nenul. Reguli de calcul cu puteri.....	137
8.	Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor .....	142
9.	Ecuații în mulțimea numerelor raționale .....	145
10.	Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor .....	148
	Teste de evaluare .....	151

# **GEOMETRIE**

## **Capitolul I. Noțiuni geometrice fundamentale**

1.	Unghiuri opuse la vârf.....	153
2.	Unghiuri formate în jurul unui punct .....	156
3.	Unghiuri suplementare. Unghiuri complementare.....	158
4.	Unghiuri adiacente. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi.....	160
	Teste de evaluare .....	165
5.	Unghiuri determinate de două drepte cu o secantă .....	167
6.	Drepte paralele. Axioma paralezelor.....	170
7.	Criterii de paralelism.....	175
	Teste de evaluare .....	177
8.	Drepte perpendiculare în plan. Distanța de la un punct la o dreaptă .....	179
9.	Mediatotarea unui segment.....	185
10.	Simetria față de o dreaptă.....	188
	Teste de evaluare .....	191
11.	Cercul .....	192
12.	Pozitiiile unei drepte față de un cerc. Pozitiiile relative a două cercuri.....	197
	Test de evaluare .....	200

## **Capitolul al II-lea.Triunghiul**

1.	Triunghiul: definiție, elemente, clasificare, perimetru .....	201
2.	Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi. Unghi exterior unui triunghi.....	204
3.	Construcția triunghiurilor .....	208
4.	Inegalități între elementele triunghiului .....	210
	Teste de evaluare .....	213
5.	Linii importante în triunghi .....	214
5.1.	Bisectoarele unghiurilor unui triunghi. Cercul înscris într-un triunghi .....	214
5.2.	Mediatotarea laturilor unui triunghi. Cercul circumscris unui triunghi .....	216
5.3.	Înălțimile unui triunghi.....	217
5.4	Medianele unui triunghi .....	219
5.5.	*Linia mijlocie a unui triunghi (Extindere).....	221
	Teste de evaluare .....	223
6.	Congruența triunghiurilor oarecare.....	224
7.	Congruența triunghiurilor dreptunghice .....	228

8.	Metoda triunghiurilor congruente.....	230
	Probleme cu caracter practic .....	235
	Teste de evaluare .....	236
9.	Proprietățile triunghiului isoscel.....	237
10.	Proprietățile triunghiului echilateral .....	241
11.	Proprietățile triunghiului dreptunghic.....	243
	Teste de evaluare .....	248
Subiecte pentru teză. Semestrul I .....		250
Subiecte pentru teză. Semestrul al II-lea .....		252
<b>Probleme pentru pregătirea concursurilor</b>		
	Algebră .....	254
	Geometrie .....	255
	Răspunsuri .....	258

# Teste inițiale

## Testul 1

Timpul de lucru efectiv este de 45 de minute. Toate subiectele sunt obligatorii.  
Din oficiu se acordă 10 puncte.

### Subiectul I. Scrieți răspunsul corect. (45 de puncte)

1. Rezultatul calculului  $36 - 3 \cdot 8$  este:

- A. 264;      B. 60;      C. 12;      D. 4.      5p

2. Numărul  $\overline{347x}$  se divide cu 5 dacă cifra  $x$  este egală cu:

- A. 1;      B. 5;      C. 2;      D. 6.      5p

3. Suma numerelor  $a = \frac{1}{4}$  și  $b = \frac{5}{6}$  este:

- A.  $\frac{6}{10}$ ;      B.  $\frac{13}{12}$ ;      C.  $\frac{6}{4}$ ;      D.  $\frac{7}{12}$ .      5p

4. Dacă  $2^x = 16$ , atunci  $x$  este egal cu:

- A. 14;      B. 8;      C. 4;      D. 18.      5p

5. Fracția  $\frac{12}{18}$  devine ireductibilă dacă se simplifică cu:

- A. 6;      B. 2;      C. 3;      D. 30.      5p

6. Un pătrat are latura cu lungimea de 6 cm. Perimetrul său este egal cu:

- A. 12 cm;      B. 36 cm;      C. 18 cm;      D. 24 cm.      5p

7. Media aritmetică a trei numere este egală cu 2,5. Suma numerelor este egală cu:

- A. 5,5;      B. 2,8;      C. 6,5;      D. 7,5.      5p

8. Dacă fracțiile  $\frac{x}{8}$  și  $\frac{3}{4}$  sunt echivalente, atunci  $x$  este egal cu:

- A. 6;      B. 7;      C. 1;      D. 15.      5p

9. Dacă transformăm  $12,5 \text{ m}^2$  în  $\text{cm}^2$  obținem:

- A.  $125 \text{ cm}^2$ ;      B.  $125000 \text{ cm}^2$ ;      C.  $0,125 \text{ cm}^2$ ;      D.  $1250 \text{ cm}^2$ .      5p

### Subiectul al II-lea. Scrieți rezolvările complete. (45 de puncte)

1. Calculați:  $2^{12} : 2^5 + (3^3)^2 - 57$ .      9p

2. Un costum costă 540 de lei și valoarea stofei necesară confectionării lui reprezintă 75% din valoarea costumului. Cât a costat stofa costumului?      9p

3. Aflați numărul natural  $x$  dacă  $0,2x + 1 = 6$ .      9p

4. Demonstrați că suma  $\overline{ab} + \overline{ba} + 132$  se divide cu 11.      9p

5. Distanța dintre localitățile A și B este de 60 km și este parcursă de un călător în trei zile astfel: în prima zi parurge pe jos 1240 dam, în ziua a doua parurge cu bicicleta 366 hm. Câți km îi rămân de parcurs pentru ziua a treia?      9p

## Testul 2

Timpul de lucru efectiv este de 50 de minute. Toate subiectele sunt obligatorii.  
Din oficiu se acordă 10 puncte.

### Subiectul I. Scrieți răspunsul corect.

(45 de puncte)

1. Rezultatul calculului  $27 - 7 \cdot 2$  este:

- A. 10;      B. 14;      C. 13;      D. 22.      5p

2. Fie mulțimile  $A = \{1; 2; 5; 6\}$  și  $B = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$ . Atunci intersecția mulțimilor  $A$  și  $B$  este:

- A.  $\{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$ ;      B.  $\{1; 2; 6\}$ ;      C.  $\{4; 12\}$ ;      D.  $\emptyset$ .      5p

3. Produsul numerelor  $a = 10\frac{2}{3}$  și  $b = \frac{9}{4}$  este:

- A.  $\frac{128}{27}$ ;      B.  $\frac{128}{27}$ ;      C. 24;      D.  $\frac{8}{3}$ .      5p

4. Câtul împărțirii numărului 2301 la numărul 47 este:

- A. 58;      B. 48;      C. 84;      D. alt număr.      5p

5. Transformat în fracție ordinată ireductibilă, numărul 13,4 este:

- A.  $\frac{67}{5}$ ;      B.  $\frac{3}{2}$ ;      C.  $\frac{4}{5}$ ;      D.  $\frac{11}{3}$ .      5p

6. Media aritmetică a numerelor  $a = 3,5$  și  $b$  este 3,6. Atunci numărul  $b$  este:

- A. 37;      B. 3,7;      C. 3,9;      D. 3,4.      5p

7. Perimetru unui dreptunghi cu lățimea de 15 cm și lungimea dublul lățimii este:

- A. 45 cm;      B. 60 cm;      C. 30 cm;      D. 90 cm.      5p

8. Transformată în centimetri, distanța de 4,123 m este:

- A. 41,23 cm;      B. 412,3 cm;      C. 4123 cm;      D. 0,04123 cm.      5p

9. Rezultatul calculului  $\frac{18}{11} + \frac{4}{11}$  este:

- A. 1;      B. 2;      C. 1,2;      D. 2,(23).      5p

### Subiectul al II-lea. Scrieți rezolvările complete.

(45 de puncte)

1. Calculați  $2014^0 + 1^{2013} + 2^3$ .      9p

2. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația  $3x - 0,2 = 8,8$ .      9p

3. După ce a cheltuit  $\frac{9}{10}$  din bani, Aura a rămas cu 20 de lei. Ce sumă a avut Aura la început?      9p

4. Un dreptunghi are lungimea de 16 cm și lățimea de 4 cm. Aflați lungimea laturii unui pătrat care are aria egală cu aria dreptunghiului.      9p

5. Adela are 15 lei. Câte pachete de biscuiți poate cumpăra, dacă vrea să mai rămână cu 6 lei în buzunar? Un pachet de biscuiți costă 1,5 lei.      9p

## Testul 3

Timpul de lucru efectiv este de 45 de minute. Toate subiectele sunt obligatorii.  
Din oficiu se acordă 10 puncte.

### Subiectul I. Scrieți răspunsul corect.

(45 de puncte)

1. Rezultatul calculului  $12 - 2^3$  este:  
A. 6;      B. 3;      C. 1000;      D. 4.      5p
2. Restul împărțirii  $\overline{137x} : 2$  este egal cu 1, dacă cifra  $x$  este egală cu:  
A. 2;      B. 8;      C. cifră impară;      D. orice cifră pară.      5p
3. Scrierea ca fracție zecimală a numărului rațional  $a = \frac{7}{6}$  este:  
A. 1,16;      B. 1,1(7);      C. 1,(6);      D. 1,(16).      5p
4. Dacă  $1^x = 1$ , atunci  $x$  este egal cu:  
A. doar 1;      B. doar număr par;      C. numai 0;      D. orice număr natural      5p
5. Fracția  $\frac{7}{5}$  este echivalentă cu fracția  $\frac{a}{10}$  dacă  $a$  este egal cu:  
A. 70;      B. 14;      C. 5;      D. 140.      5p
6. Un pătrat are latura de 3 cm. Perimetru său se mărește de 5 ori dacă latura sa se mărește de:  
A. 15 ori;      B. 5 ori;      C. 60 de ori;      D. 4 ori.      5p
7. Media aritmetică a numerelor: 7, 11 și 48 este egală cu:  
A. 3;      B. 66;      C. 33;      D. 22.      5p
8. Cel mai mare rest la împărțirea unui număr cu 8 este egal cu:  
A. 8;      B. 7;      C. 9;      D. nu se poate stabili.      5p
9. Dacă transformăm 3,1 hm în cm, obținem:  
A. 31000 cm;      B. 310 cm;      C. 0,00031 cm;      D. 3100 cm.      5p

### Subiectul al II-lea. Scrieți rezolvările complete.

(45 de puncte)

1. Calculați:  $3^0 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4$ .      9p
2. 7 caiete costă 10,50 lei. Cât rest primește din 50 de lei un elev care cumpără 12 caiete de același fel?      9p
3. Care este soluția inecuației  $2x + 2,5 < 7$  în mulțimea numerelor naturale?      9p
4. Un călător parcurge în prima zi 17 km, în a doua zi merge cu 14 km mai mult, iar în a treia zi cu 13 km mai mult decât în primele două zile la un loc. Câți kilometri a parcurs în total?      9p
5. Calculați volumul unei cutii în formă de paralelipiped dreptunghic, care are dimensiunile de 36 cm, 24 cm, respectiv 15 cm.      9p

# ALGEBRĂ

## Capitolul I. Multimi. Multimea numerelor naturale

### Organizator

1. Multimi: descriere, notații, reprezentări. Multimi numerice/nenumerice.  
Relația dintre un element și o mulțime
2. Relații între multimi
3. Multimi finite. Cardinalul unei multimi finite. Multimi infinite. Multimea numerelor naturale
4. Operații cu multimi  
Teste de evaluare
5. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime
6. Cel mai mare divizor comun (c.m.m.d.c). Numere prime între ele
7. Cel mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c)
8. Proprietăți ale relației de divizibilitate în  $\mathbb{N}$   
Teste de evaluare

### 1. Multimi: descriere, notații, reprezentări. Multimi numerice/nenumerice. Relația dintre un element și o mulțime

#### Noțiuni de teorie

**Definiție:** **Multimea** este o colecție de obiecte bine determinate și distințte, numite **elementele multimii**.

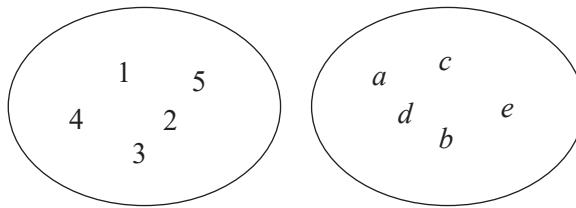
**Observație:** Multimile se notează cu litere mari de tipar ( $A, B, C, \dots$ ), iar elementele acestora se notează cu litere mici, simboluri, numere etc.

#### Modalități de definire a multimilor:

1. Prin enumerarea tuturor elementelor  
*Exemplu:*  $A = \{0, 1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\}$
2. Enunțând o proprietate comună elementelor multimii  
*Exemplu:*  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x \leq 5\}, B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x : 2\}$

### 3. Cu ajutorul diagramei Venn-Euler

*Exemplu:*



**Definiție:** Mulțimea care nu are nici un element se numește **mulțimea vidă** și se notează  $\emptyset$ .

**Observații:** Dacă  $A$  este o mulțime și  $x$  un element al său, atunci vom scrie  $x \in A$  și vom căuta „ $x$  aparține mulțimii  $A$ ”.

Dacă  $x$  nu este un element al mulțimii  $A$ , atunci vom scrie  $x \notin A$  și vom căuta „ $x$  nu aparține mulțimii  $A$ ”.

#### Să rezolvăm!

\*

**1.** Scrieți prin enumerare:

- a) Mulțimea literelor folosite la scrierea cuvântului „bibliotecă”;
- b) Mulțimea literelor prin care se redau vocalele din limba română;
- c) Mulțimea cifrelor numărului 1034073;
- d) Mulțimea numerelor naturale de o cifră, divizibile cu 3;
- e) Mulțimea numerelor naturale cuprinse între 5 și 11;
- f) Mulțimea cifrelor impare;
- g) Mulțimea numerelor de două cifre identice.

**2.** Se consideră mulțimile:

$$A = \{x \mid x \text{ este țară vecină cu România}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{ este cifră pară}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{ este număr natural prim și par}\},$$

$$D = \{x \mid x \text{ este lună a anului care are 31 de zile}\}.$$

Scrieți mulțimile  $A, B, C, D$ , enumerând elementele.

**3.** Scrieți mulțimile următoare, enunțând o proprietate comună elementelor lor:

- a)  $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ ;
- b)  $A = \{0, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$ ;
- c)  $A = \{1, 2, 3, 6\}$ ;
- d)  $A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ .

**4.** Reprezentați mulțimea  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  folosind diagrama Venn-Euler.

**5.**  $D_8$  reprezintă mulțimea divizorilor naturali ai numărului 8. Reprezentați această mulțime:

- a) prin enumerarea elementelor;
- b) scriind o proprietate caracteristică elementelor folosind simbolurile matematice;
- c) folosind diagramea Venn-Euler.

**6.** Scrieți mulțimea  $A = \{1, 2, 3\}$  în toate modurile posibile, inversând locul elementelor.

**7.** Este corect scrisă mulțimea  $A = \{0 + 1, 0 + 2, 0 + 3, 1 + 1, 1 + 2, 1 + 3\}$ ? Justificați!

**8.** Citiți următoarele propoziții:

- a)  $2 \in A$ ; b)  $3 \notin M$ ; c)  $7 \in \{1, 2, 7, 8, 9\}$ ; d)  $8 \notin \{0, 1, 2, 3\}$ ; e)  $a \in \emptyset$ .

**9.** Se consideră mulțimile  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$  și  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ .

a) Cărora mulțimi le aparține elementul 0? Scrie aceste relații folosind simbolurile matematice.

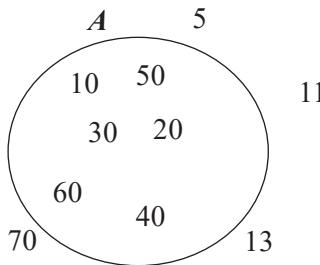
b) În câte mulțimi se găsește elementul 3?

c) Care sunt elementele comune mulțimilor  $A$  și  $B$ ?

d) Ce elemente se găsesc în  $A$  și nu se găsesc în  $B$ ?

e) În care dintre mulțimi nu se află elementul 9? Scrie aceste relații folosind simbolurile matematice.

**10.** a) Scrieți toate relațiile de apartenență potrivite diagramei alăturate (ex.:  $10 \in A$ ,  $11 \notin A$ )



b) Scrieți mulțimea  $A$  enunțând o proprietate caracteristică elementelor sale.

**11.** Se consideră mulțimile  $A = \{1, 2, 5, 8\}$  și  $B = \{0, 2, 7, 9\}$ . Precizați valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- |                   |                                |  |
|-------------------|--------------------------------|--|
| a) $2 \in B$ ;    | d) $2^3 \in A$ ;               | g) $8 \in A$ sau $7 \notin B$ ;        |
| b) $1 \notin A$ ; | e) $1 \in A$ și $7 \in B$ ;    | h) $1 \notin B$ sau $2 \notin A$ ;     |
| c) $7^0 \in B$ ;  | f) $2 \notin A$ și $0 \in B$ ; | i) $0 \in A$ și $0 \notin \emptyset$ . |

**12.** Mulțimile  $A$ ,  $B$ ,  $C$  și  $D$  au ca elemente literele cuvintelor: „rural” (mulțimea  $A$ ), „caramela” (mulțimea  $B$ ), „arme” (mulțimea  $C$ ) și „mare” (mulțimea  $D$ ).

a) Scrieți mulțimile  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , enumerând elementele.

b) Câte elemente are fiecare mulțime?

c) Precizați elementele mulțimii  $A$  care nu aparțin lui  $B$  și elementele mulțimii  $B$  care nu aparțin mulțimii  $A$ . Faceți același lucru pentru mulțimile  $C$  și  $D$ . Există un element în mulțimea  $D$  care nu este în  $C$ ? Scrie aceste relații folosind simbolurile matematice.

d) Precizați trei cuvinte ale căror litere să fie elemente ale mulțimii  $C$ .

**13.** Fie  $A$  mulțimea literelor cuvântului „academic” și  $B$  mulțimea silabelor aceluiași cuvânt.

- a) Silaba „de” este un element al mulțimii  $A$ ? Dar al mulțimii  $B$ ?
- b) Litera „c” este un element al mulțimii  $A$ ? Dar al mulțimii  $B$ ?
- c) Există un element comun mulțimilor  $A$  și  $B$ ?
- d) Scrieți rezultatele obținute la punctele anterioare folosind simbolurile matematice.

**14.** Se consideră mulțimea  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } 1 < x \leq 200\}$ . Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- |                   |                    |                              |
|-------------------|--------------------|------------------------------|
| a) $7 \in A$ ;    | d) $3^2 \in A$ ;   | g) $3 \in \emptyset$ ;       |
| b) $1 \in A$ ;    | e) $300 \in A$ ;   | h) $(72 : 3) \in A$ ;        |
| c) $0 \notin A$ ; | f) $200^0 \in A$ ; | i) $(2^5 \cdot 2^2) \in A$ . |

**15.** Enumerați elementele mulțimilor:

- a)  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}^* \text{ și } x \leq 3\}$ ;
- b)  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } 1 \leq x < 5\}$ ;
- c)  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } 20 < x < 25\}$ ;
- d)  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x < 1\}$ .

**16.** Determinați cea mai mare și cea mai mică diferență dintre două elemente ale mulțimii  $A = \{0, 1, 3, 7\}$ .

**17.** Scrieți mulțimea  $A$ , știind că are 3 elemente și:  $0 \notin A$ ,  $1 \in A$ ,  $2 \in A$ ,  $3 \notin A$ ,  $8 \notin A$ ,  $10 \notin A$ ,  $5 \in A$ .

**18.** Precizați valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a)  $4 \in \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x \text{ divide } 12\}$ ;
- b)  $214 \in \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x : 3\}$ ;
- c)  $81^2 \in \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x : 3\}$ ;
- d)  $7 \in \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } 1 \leq x < 7\}$ .

**19.** În tabelul de mai jos sunt prezentate mediile la matematică ale unor elevi de clasa a VI-a.

Nume elev	Irina	George	Mihai	Ionel	Aura	Elena	Maria	Bogdan
Nota	8	9	10	10	8	9	7	8

- a) Scrieți mulțimea elevilor folosind enumerarea elementelor.
- b) Scrieți mulțimea mediilor la matematică obținute de cei 8 elevi cu ajutorul diagramei Venn-Euler.
- c) Scrieți mulțimea elevilor din tabel cu medii mai mari decât 8.

**20.** În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile medii înregistrate timp de o săptămână.

Ziua	Luni	Martă	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura(°C)	27	29	31	29	33	36	35

- a) Scrieți mulțimea temperaturilor înregistrate.
- b) Scrieți mulțimea zilelor săptămânii în care temperatura a fost mai mică de  $30^\circ\text{C}$ .
- c) Scrieți mulțimea zilelor săptămânii în care temperatura a fost cuprinsă între  $31^\circ\text{C}$  și  $35^\circ\text{C}$ .

\* \*

**21.** Se consideră mulțimile  $A = \{0, 1, 2\}$  și  $B = \{x \mid x = 3^a, \text{ unde } a \in A\}$ .

- Scrieți elementele mulțimii  $B$ .
- Ce element aparține atât mulțimii  $A$  cât și mulțimii  $B$ ?

**22.** Se consideră mulțimile:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x = k + 1 \text{ și } k \in \mathbb{N}, k < 4\} \text{ și } B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x = 2^{k-1}, k \in A\}.$$

- Scrieți elementele mulțimilor  $A$  și  $B$ .
- Reprezentați cele două mulțimi folosind diagramele Venn-Euler.
- Scrieți elementele comune mulțimilor  $A$  și  $B$ .
- Scrieți relația dintre elementele mulțimii  $A$  și mulțimea  $B$  folosind simbolurile matematice.

**23.** Se consideră mulțimea  $A = \{0, 1, 2, 21, 48, 88, 79\}$ .

- Scrieți un divizor al numărului 24, care aparține mulțimii  $A$ . Scrieți această relație folosind simbolurile matematice.
- Scrieți un multiplu al numărului 5, care aparține mulțimii  $A$ .
- Scrieți patru numere naturale care nu aparțin mulțimii  $A$ . Scrieți aceste relații folosind simbolurile matematice.

**24.** Enumerați elementele mulțimilor:

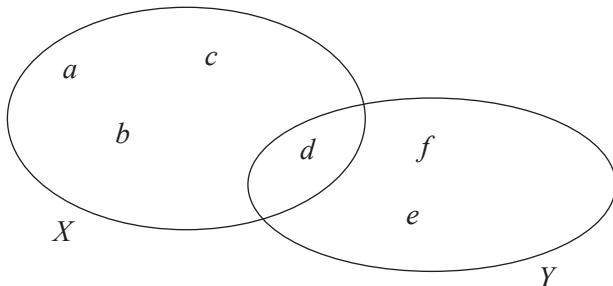
- $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x \text{ este divizor al lui } 27\}$ ;
- $A = \{x \mid x = \overline{ab} \text{ și } x \text{ este multiplu al lui } 25\}$ ;
- $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x = 2k - 1 \text{ și } k \in \mathbb{N}^*, k < 4\}$ ;
- $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 < 13 \text{ sau } 2x + 3 = 11\}$ ;
- $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \text{ este ultima cifră a lui } 2^n, \text{ unde } n \in \mathbb{N}\}$ ;
- $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \text{ este pătrat perfect cu ultima cifră egală cu } 2\}$ ;
- $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } 3^{x+1} = 27\}$ ;
- $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 + 1 < 26 \text{ și } x^2 \geq 9\}$ .

**25.** Scrieți mulțimea numerelor naturale, care prin împărțire la 9 dau câtul 7.

**26.** Se consideră mulțimea  $A = \{0, 5, 10, 15, \dots, 75\}$ .

- Scrieți mulțimea  $A$  enunțând o proprietate caracteristică elementelor.
- Scrieți elementele mulțimii  $A$  divizibile cu 2.
- Scrieți elementele mulțimii  $A$  care sunt multipli de 10.

**27.** Cunoscând diagramele Venn-Euler alăturate:



- Scrieți elementele mulțimilor  $X$  și  $Y$ .
- Precizați, pentru fiecare dintre elementele  $a, d, e$ , relația cu mulțimile  $X$  și  $Y$ .

**28.** Se consideră mulțimea:

$$A = \{x \mid x = \overline{abc} \text{ și } a+b+c = 7, \text{ unde } a, b, c \text{ sunt cifre în baza } 10\}.$$

a) Numărul 321 aparține mulțimii  $A$ ? Dar numărul 2302?

b) Câte elemente din  $A$  se divid cu 3?

c) Determinați cel mai mare și cel mai mic element al mulțimii  $A$ .

**29.** Se consideră mulțimea:

$$A = \{x \mid x = \overline{abc} \text{ și } abc = 12, \text{ unde } a, b, c \text{ sunt cifre în sistemul zecimal}\}.$$

Care dintre numerele 620, 234, 3141, 126, 314, 430, 120 sunt elemente ale mulțimii  $A$ ? Scrieți relația dintre toate elementele de mai sus și mulțimea  $A$  folosind simbolurile matematice.

**30.** Determinați numărul natural  $n$ , știind că  $7 \in \{2n + 3, 4n - 2\}$ .

**31.** Scrieți elementele comune mulțimilor  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } 10 \leq x < 100\}$  și

$$B = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} + \overline{ba} = 55, a \text{ și } b \text{ sunt cifre nenule în baza } 10\}.$$

**32.** O mulțime are 11 elemente, numere naturale. Dacă suma acestora este 55, aflați produsul lor.

\* \* \*

**33.** Calculați suma elementelor mulțimii:

a)  $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 100\}$ ;

b)  $A = \{1, 4, 7, 10, \dots, 91\}$ ;

c)  $A = \{1, 2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{19}\}$ .

**34.** Determinați mulțimea  $A = \left\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } \frac{21}{2x-7} \in \mathbb{N}\right\}$ .

**35.** Determinați cel mai mare element al mulțimii:

$$A = \left\{x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{10}{2x-3} \text{ și } \frac{3x+4}{15} \text{ sunt simultan supraunitare}\right\}.$$

**36.** Verificați dacă 5 aparține mulțimii:

$$A = \{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ și } 1 + 2 \cdot (1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^9) > 3^{2x}\}.$$

## 2. Relații între mulțimi

### Noțiuni de teorie

#### Egalitatea

**Definiție:** Două mulțimi  $A$  și  $B$  sunt **egale** dacă sunt formate din aceleași elemente. Se notează  $A = B$ .

**Definiție:** Dacă cel puțin un element al mulțimii  $A$  nu aparține mulțimii  $B$  sau invers, mulțimile  $A$  și  $B$  sunt **diferite**. Se notează  $A \neq B$ .

*Exemplu:*  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } 0 \leq x < 4\}$ ,  $C = \{2, 3\}$   
 $A = B$  și  $A \neq C$